Matrices de proyección poblacional

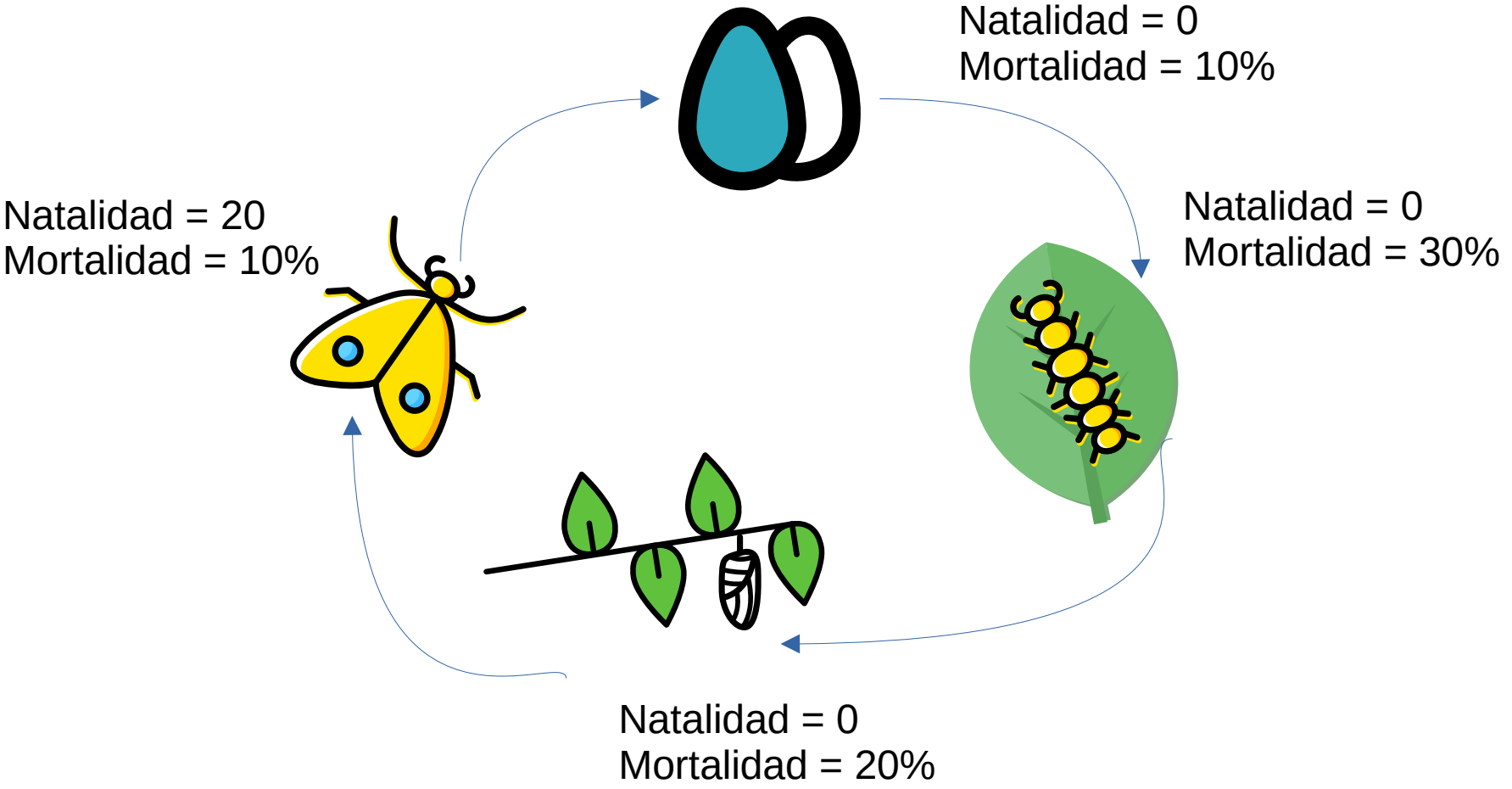
Ecología de Poblaciones
Demografía

- Ciclos de vida → Cambios en natalidad y supervivencia
- Modelos simples como:

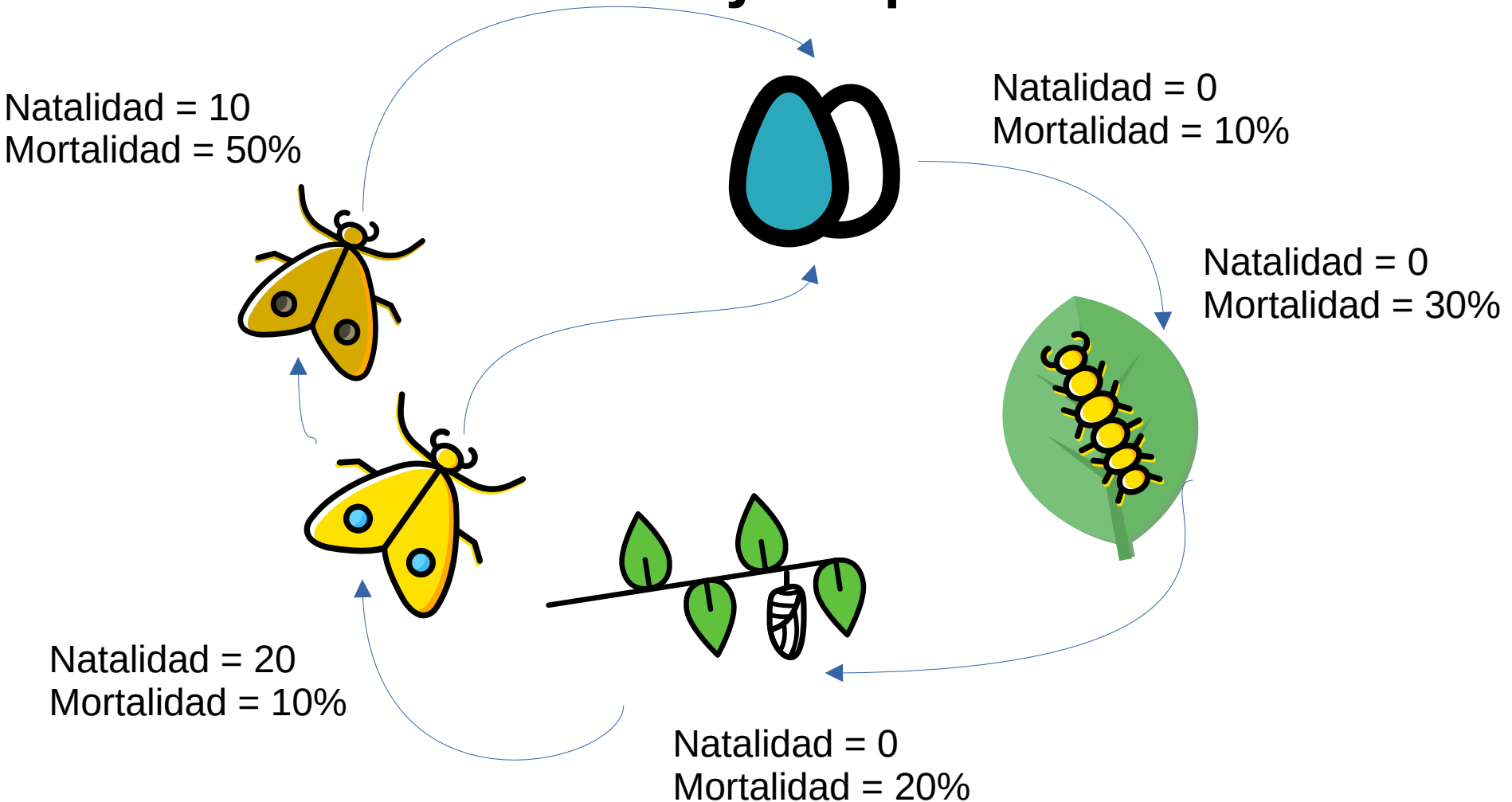
$$N_{t+1} = \lambda N_t$$

- No capturan características biológicas

Ejemplo


Natalidad = 0
Mortalidad = 10%
Natalidad = 0
Mortalidad = 30%
Natalidad = 0
Mortalidad = 20%
Natalidad = 20
Mortalidad = 10%

Ejemplo

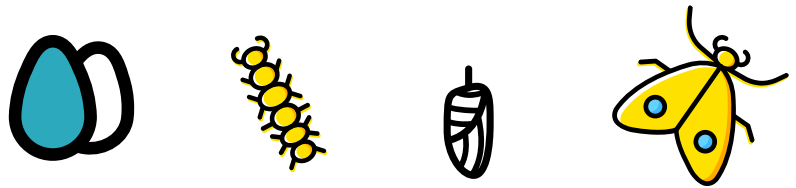

Natalidad = 10
Mortalidad = 50%
Natalidad = 0
Mortalidad = 10%
Natalidad = 0
Mortalidad = 30%
Natalidad = 20
Mortalidad = 10%
Natalidad = 0
Mortalidad = 20%

Edad	Número	l_x	m_x
0	100	0	0
1	90	0.1	0
2	72	0.3	0
3	57.6	0.2	20
4	51.84	0.1	10
5	25.92	0.5	0

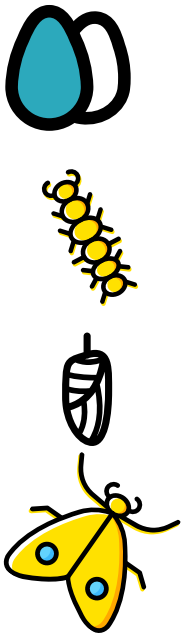
Representación como matriz

p_i = Supervivencia

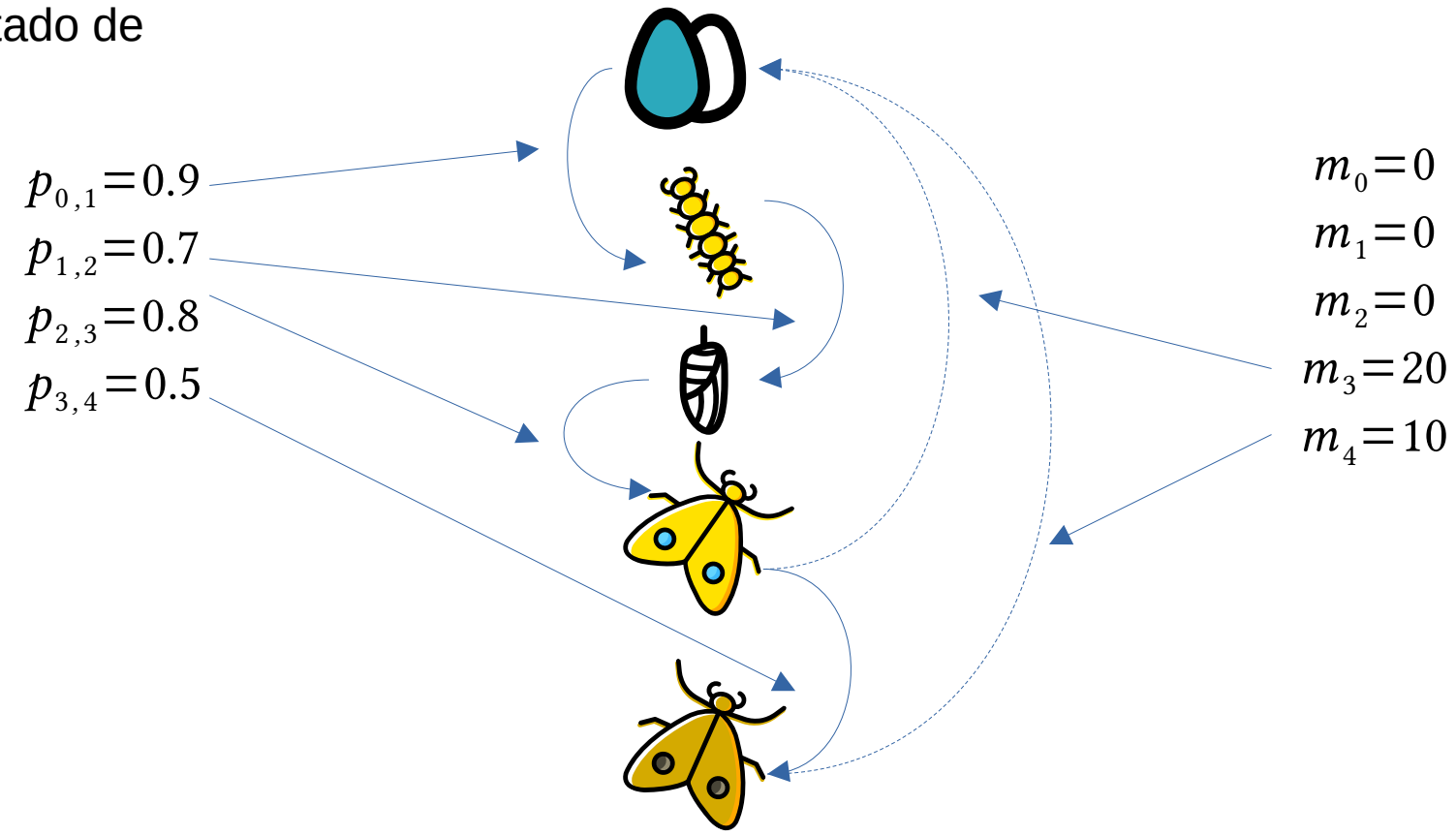
m_i = Natalidad



$$\begin{bmatrix} p_{0,1}\,m_0 & p_{1,2}\,m_1 & p_{2,3}\,m_2 & m_3 \\ p_{0,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{1,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{2,3} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} N_{0,t} \\ N_{1,t} \\ N_{2,t} \\ N_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{0,t+1} \\ N_{1,t+1} \\ N_{2,t+1} \\ N_{3,t+1} \end{bmatrix}$$



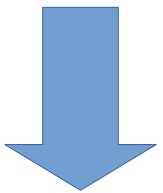
Mortalidad cambiante con edad y estado de desarrollo



Solución

$$N_{0,t+1} = p_{0,1}\, m_0\, N_{0,t} + p_{1,2}\, m_1\, N_{1,t} + p_{2,3}\, m_2\, N_{2,t} + p_{3,4}\, m_3\, N_{3,t} + m_4\, N_{4,t}$$

$$m_0 = 0\,,\; m_1 = 0 \text{ y } m_2 = 0$$



$$N_{0,t+1} = p_{3,4}\, m_3\, N_{3,t} + m_4\, N_{4,t}$$

- Necesitamos entonces, valores iniciales para N_3 y N_4

$$N_{0,t+1} = p_{3,4}\, m_3 N_{3,t} + m_4 N_{4,t}$$

$$N_{0,0} = 0\,;\, N_{3,0} = 10\,;\, N_{4,0} = 5$$

$$N_{0,1} = p_{3,4}\, m_3 \times 10 + m_4 \times 5$$

$$N_{0,1} = 0.5 \times 20 \times 10 + 10 \times 5 = 150$$

- Con una matriz completa